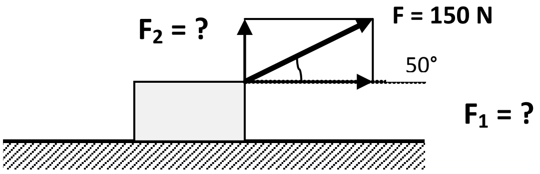
ESERCIZI SVOLTI : Principi di Newton – Lavoro – Energia
Prof. A. Marletta – ITC Zanon - Udine

ESERCIZIO (1):
Una cassa di 30 kg viene tirata con una corda che forma un angolo di 50° col pavimento su una superficie liscia. Se inizialmente la cassa è in quiete e la corda esercita una forza, costante nel tempo, di 150 N dopo in quanto tempo percorrerà 15 m?
SOLUZIONE:



Scomponiamo la forza $\vec{F}$, secondo la regola del parallelogrammo, nelle due forze $\vec{F}_1$ ed $\vec{F}_2$, perché la forza che causa il moto orizzontale non è $\vec{F}$ ma $\vec{F}_1$ (si chiama il *componente orizzontale di* $\vec{F}$).
La sua intensità (o modulo) è (cateto = ipotenusa · coseno dell'angolo adiacente):
$F_1 = 150 \cdot \cos 50° = 96{,}4$ N

Quindi l'accelerazione del moto uniformemente accelerato sarà:

$$a = \frac{F\,tot}{m} = \frac{96{,}4\ \mathrm{N}}{30\ \mathrm{kg}} = 3{,}2\ \frac{m}{s^2}$$

e poiché $s = \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2s}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 15}{3{,}2}} = 3{,}1\ s$.

ESERCIZIO(2):
In un pianeta lontano, una pallina di 250 g e peso 3 N, viene tirata verticalmente in alto con una velocità iniziale pari a $v_0 = 20$ m/s. In quanto tempo raggiunge la sommità (e ha un istante di arresto)?
SOLUZIONE:

Il peso è l'unica forza agente sul corpo, quindi rappresenta la *forza totale*. Per la (1), esso si muoverà di moto rettilineo uniformemente ritardato con accelerazione pari a:

$$a = g = \frac{F\,tot}{m} = \frac{3\ \mathrm{N}}{0{,}250\ \mathrm{g}} = 12\ \frac{m}{s^2}$$

Tale valore, sostituito in una delle 4 equazioni cinematiche[1] del moto uniformemente accelerato/ritardato, fornisce (formula inversa) il tempo impiegato:

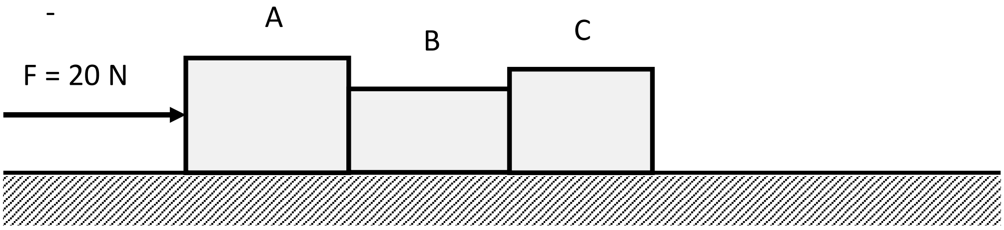
$$v = at + v_0 \Rightarrow t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{0 - 20}{-12} = 1{,}67\ \frac{m}{s^2}\ .$$

[1] Come si era detto, in quelle quattro equazioni cinematiche, quando il moto è uniformemente ritardato l'accelerazione deve essere presa col segno "-" davanti.

ESERCIZIO(3):

Tre casse A, B, C di masse, rispettivamente, 5 kg, 4 kg e 3 kg, sono spinte verso destra da una forza di 20 N. Calcolare:

- la forza di contatto con cui A spinge B
- la forza di contatto con cui B spinge A
- la forza di contatto con cui B spinge C
- la forza di contatto con cui C spinge B.
-



SOLUZIONE:

Il sistema delle tre casse, sottoposto alla forza costante di 20 N, si muoverà di moto rettilineo uniformemente accelerato con accelerazione a di valore:

$$a = \frac{F\,tot}{m} = \frac{20}{5+4+3} = 1{,}67\,\frac{m}{s^2}$$

Per la seconda legge di Newton (formula inversa), la forza che A esercita su B, diciamo F_{AB}, è data dalla massa in movimento (B+C) *moltiplicato per* l'accelerazione della massa in movimento, ovvero:

$F_{AB} = m_{B+C} \cdot a_{B+C} = (4\text{ kg} + 3\text{ kg}) \cdot 1{,}67\text{ m/s}^2 = 11{,}7\text{ N}$

Per la terza legge di Newton, la forza con cui B spinge A, diciamo F_{BA}, è della stessa intensità (11,7 N) ma con il verso contrario (cioè, diretta verso sinistra):

$F_{BA} = F_{AB} = 11{,}7\text{ N}$

Per la seconda legge di Newton (formula inversa), la forza che B esercita su C, diciamo F_{BC}, è data dalla massa in movimento (C) *moltiplicato per* l'accelerazione della massa in movimento C, ovvero:

$F_{BC} = m_C \cdot a_C = 3\text{ kg} \cdot 1{,}67\text{ m/s}^2 = 5\text{ N}$

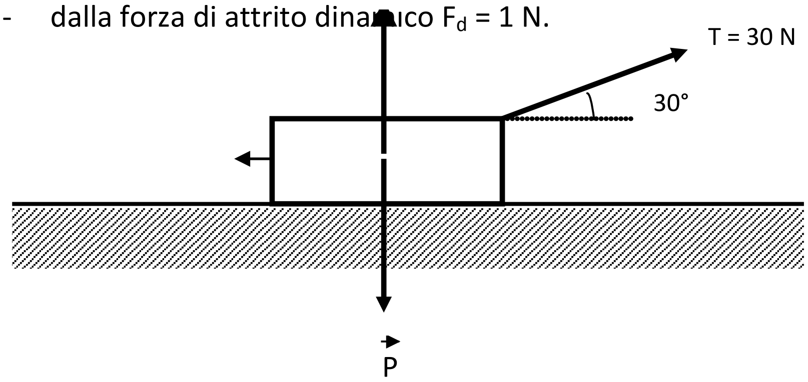
Per la terza legge di Newton, la forza di contatto con cui C spinge B, diciamo F_{CB}, è della stessa intensità (5 N) ma con il verso contrario (cioè, diretta verso sinistra):

$F_{CB} = F_{BC} = 5\text{ N}$

ESERCIZIO(4):

Consideriamo un blocco di 2 kg in movimento. Poniamo di voler calcolare il lavoro compiuto, dalla posizione A alla posizione B, distanti 5 m:

- dalla forza T di 30 N, applicata al corpo con una corda inclinata di 30°
- dalla forza peso
- dalla reazione vincolare $\vec{V}$
- dalla forza di attrito dinamico F_d = 1 N.



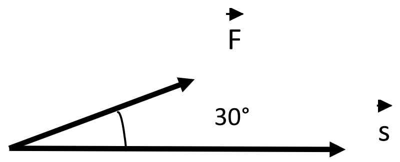
SOLUZIONE:

1) Il lavoro compiuto dalla forza $\vec{T}$ esercitata dalla corda ovvero, come si suole dire (per brevità), il "lavoro compiuto dalla corda", è:

L = forza applicata al corpo x spostamento (in linea d'aria) del corpo x coseno dell'angolo tra il vettore "forza" e il vettore "spostamento".

L_{corda} = F · s · cosθ = 30 N · 5 m · cos 30° = 23,1 J

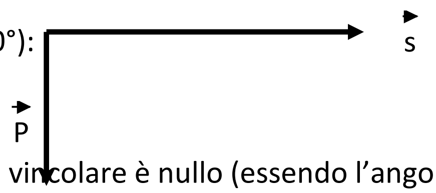
infatti l'angolo θ tra forza e spostamento è il seguente:



2) Il lavoro compiuto dalla forza peso $\vec{P}$ ovvero, come si suole dire, il "lavoro compiuto dalla gravità", è:

L_{peso} = F · s · cosθ = (2 · 9,8) · 5 · cos 90° = 19,6 · 5 · 0 = 0 (lavoro nullo)

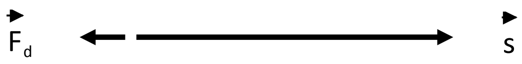
infatti l'angolo θ tra forza e spostamento è il seguente (90°):



3) Analogamente, anche il lavoro compiuto dalla reazione vincolare è nullo (essendo l'angolo tra il vettore forza e il vettore spostamento di nuovo θ = 90° – e il coseno a 90° vale zero):

4) Infine, il lavoro compiuto dalla forza d'attrito dinamico (brevemente, *il lavoro compiuto dall'attrito*) risulta:

$L_{attrito}$ = F · s · cosθ = 1 · 5 · cos 180° = 1 · 5 · (-1) = - 5 J infatti, l'angolo θ risulta 180°, come si vede dal seguente diagramma dei vettori forza-spostamento:



ESERCIZIO(5) :

Calcolare la velocità finale raggiunta da una pallina che cade da 3 m di altezza.

SOLUZIONE:

Durante la caduta libera, l'unica forza agente sulla pallina è la forza peso $\vec{P}$, quindi nella formula precedente compare un solo lavoro (il lavoro della forza peso: +mgh).

Quindi la formula precedente si riscrive nel modo seguente:

$L_{peso} = T_f - 0$;

$$mgh = \frac{1}{2} m v_f^2 \ ;$$

dividendo per "m" ambo i membri:

$$gh = \frac{1}{2} v_f^2$$

da cui, moltiplicando ambo i membri per 2, semplificando, e leggendo da destra verso sinistra:

$$v_f = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \cdot 3} = 7{,}67 \text{ m}$$

Evidentemente, l'esercizio si poteva risolvere anche soltanto usando le 4 equazioni cinematiche dei moti uniformemente accelerati/ritardati, considerando che un moto di caduta libera *è* un moto uniformemente accelerato. Di quelle 4 equazioni, si prende la seguente:

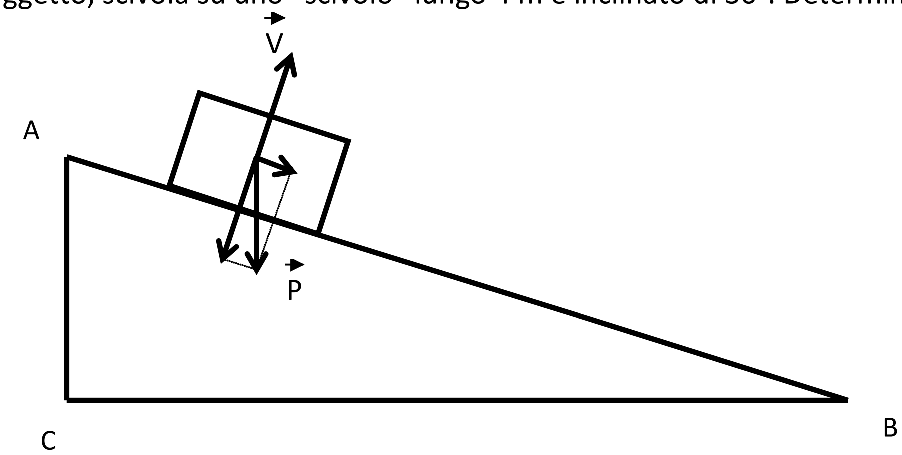
$v^2 = v_0^2 + 2as$;

$v^2 = 0^2 + 2 \cdot g \cdot s$;

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot s} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \cdot 3} = 7{,}67 \text{ m}$$

ESERCIZIO (5):

Un oggetto, scivola su uno "scivolo" lungo 4 m e inclinato di 30°. Determina la velocità finale.



Il corpo è sottoposto, durante lo scivolamento, solo a due forze: la forza peso, che fa un lavoro +mgh, e la reazione vincolare[2], che fa un lavoro nullo (dato che l'angolo θ tra il vettore forza $\vec{V}$ e il vettore spostamento $\vec{s} = \overrightarrow{AB}$ è 90°, e quindi $L_{reaz.\ vinc.} = F \cdot s \cdot \cos\theta = 0$).

L'altezza h del piano inclinato vale $h = \overline{AB}\ \mathrm{sen}\ \hat{B} = 4\ \mathrm{sen}\ 30° = 2\ m$

In virtù del teorema dell'energia cinetica: $L_{peso} + L_{reaz.\ vinc.} = T_{fin} - T_{in}$
si ha:

$$+ m \cdot 9{,}8 \cdot 2 + 0 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_{fin})^2 - 0$$

dato che l'energia cinetica iniziale è nulla (il corpo parte da fermo). Quindi:

$$v = \sqrt{\frac{196}{5}} = 6{,}26\ \frac{m}{s}$$

ESERCIZIO(6):
Calcolare il lavoro fatto dalla molla della figura precedente, quando il blocco si sposta da una posizione iniziale A ad una posizione finale O (proseguendo, naturalmente, oltre).
Porre la costante elastica uguale a 1000 N/m e l'ampiezza dell'oscillazione uguale a 5 cm.
SOLUZIONE:

$$L_{molla} = -\frac{1}{2} k\,(D_f^{\,2} - D_i^{\,2}) = -\frac{1}{2} \cdot 1000 \cdot (0^2 - 0{,}05^2) = 1{,}25\ J$$

ESERCIZIO (7):
Con riferimento all'esercizio precedente, calcolare la velocità raggiunta, in O, dal blocco (500 grammi), a seguito del lavoro positivo svolto dalla molla.
SOLUZIONE:
Per il teorema dell'energia cinetica:
$L_1 + L_2 + L_3 + \ldots = T_{fin} - T_{in}$
In questo caso, c'è solo una forza agente sul blocco (quella della molla), perciò solo un lavoro (calcolato con l'esempio precedente: 1,25 J). Inoltre, notiamo che l'energia cinetica iniziale è $T_A = 0$. In definitiva, la formula del teorema dell'energia cinetica si riscrive come segue:
$1{,}25\ J = T_{fin}$

E leggendo da sinistra verso destra:
$T_{fin} = 1{,}25\ J$

da cui: $v = \sqrt{\frac{2T}{m}} = 2{,}2\ \frac{m}{s}$

[2] esercitata dal piano inclinato sul blocco, in virtù del terzo principio di Newton – dato che il blocco esercita sul piano una forza premente (vedi figura).

ESERCIZIO (8):

Un blocco posto su un tavolo oscilla, fissato all'estremità di una molla ($k = 900$ N/m), da A a B, passando per il centro O dell'oscillazione. Posto che $\overline{AB} = 9$ cm, calcolare:

- l'energia potenziale elastica del blocco quando si trova in A.
- l'energia potenziale elastica del blocco quando si trova in O.

SOLUZIONE:

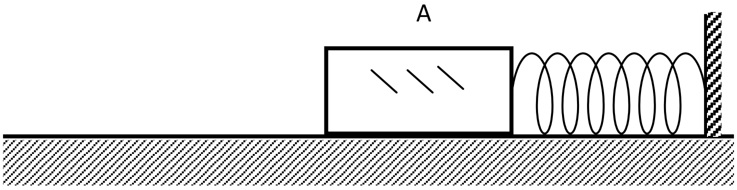
Prendendo come punto di riferimento per il calcolo dell'energia potenziale elastica, il punto O, si ha:

- $U_{el}(A) = \frac{1}{2} \cdot 900 \cdot 0{,}045^2 = 0{,}91$ J
- $U_{el}(O) = \frac{1}{2} \cdot 900 \cdot 0^2 = 0$

ESERCIZIO (9):

Un blocco di 500 g urta una molla di costante elastica 1000 N/m e la comprime fino a 3 cm. Determinare la velocità d'urto.

SOLUZIONE:



Il blocco è soggetto *solo* alle seguenti forze:

- forza peso $\vec{P}$
- reazione vincolare $\vec{V}$ del tavolo
- forza elastica $\vec{F}_{el}$ della molla

Quindi su di esso operano *solo forze conservative*: l'energia meccanica E si conserva; cioè:
$E = T + U_{gr} + U_{el} =$ costante.

Si ha pertanto (detta A la posizione del blocco all'impatto e B la posizione del blocco, con la molla compressa di 3 cm):

	T	**U_{gr}**	**U_{el}**	**$E = T + U_{gr} + U_{el}$**
A	$\frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}500 \cdot v^2 = 0{,}250\, v^2$	0	$\frac{1}{2} k\, D^2 = \frac{1}{2} \cdot 1000 \cdot 0^2 = 0$	$0{,}250\, v^2$
B	0	0	$\frac{1}{2} k\, D^2 = \frac{1}{2} \cdot 1000 \cdot 0{,}03^2 = 0{,}45$	0,45

da cui (imponendo l'uguaglianza dell'energia meccanica del blocco in A e in B):
$0{,}250\, v^2 = 0{,}45$;

$$v = \sqrt{\frac{0{,}45}{0{,}250}} = 1{,}3\,\frac{m}{s}$$

E' consigliabile risolvere gli esercizi sulla conservazione dell'energia costruendo sempre la tabella T, U_{gr}, U_{el}, E di cui sopra (ovviamente, non si deve considerare U_{el}, se non ci sono molle).

ESERCIZIO (10):
Una pallina cade, da ferma, da due metri d'altezza. Determinare la velocità d'impatto a terra.

SOLUZIONE:
La pallina è soggetta solo alla seguente forza:
- la forza peso

Quindi su di essa operano solo forze conservative: l'energia meccanica E si conserva; cioè:
$E = T + U_{gr}$ = costante.

Si ha, pertanto (detta A *la posizione iniziale* della pallina, cioè all'inizio della caduta, e B *la posizione finale* della pallina – cioè all'istante dell'urto):

	T	**U_{gr}**	**$E = T + U_{gr}$**
A	0	$mgh = m \cdot 9{,}8 \cdot 2 = 19{,}6\ m$	19,6 m
B	$\frac{1}{2}mv^2$	0	$\frac{1}{2}mv^2$

da cui (imponendo l'uguaglianza dell'energia meccanica del blocco in A e in B):

$19{,}6\ m = \frac{1}{2}mv^2$ e dividendo ambo i membri per m, si ha:

$19{,}6 = \frac{1}{2}v^2$, da cui: $v = \sqrt{39{,}2} = 6{,}3\,\frac{m}{s}$

ESERCIZIO (11):
Una pallina di 100 g cade da un'altezza h incognita. Se la resistenza dell'aria compie un lavoro negativo di -10 J e la pallina tocca terra con una velocità di 10 m/s, quanto vale h?
SOLUZIONE:
Traduciamo, in valori, la seguente equazione: $L_{nc} = E_{fin} - E_{in}$;

$$-10 = \left(\frac{1}{2} \cdot 0{,}1 \cdot 100 + 0\right) - (0 + 0{,}1 \cdot 9{,}8 \cdot h) ;$$

$-10 = 5 - 0{,}98 \cdot h$;
$h = 15{,}3\ m$