Domande

1. La quantità di moto di un oggetto è il prodotto tra la sua massa e la sua velocità. Le due macchine hanno la stessa massa (sono identiche) e hanno anche lo stesso modulo della velocità: quindi i moduli delle quantità di moto delle due macchine sono uguali, ma i *vettori* quantità di moto sono diversi, perché hanno verso opposto.

2. La quantità di moto è una grandezza vettoriale, le cui caratteristiche vettoriali sono determinate dalla velocità. Quindi se due oggetti hanno la stessa quantità di moto, vuol dire che i vettori che le rappresentano hanno la stessa direzione e lo stesso verso e così anche le loro velocità.
Poiché la quantità di moto è il prodotto tra la massa di un oggetto e la sua velocità, due oggetti possono avere lo stesso modulo della quantità di moto, anche se uno dei due possiede una velocità minore di quella dell'altro, a fronte di una massa proporzionalmente maggiore.

3. Un oggetto che ha un'energia cinetica diversa da zero deve avere una velocità diversa da zero e, quindi, anche una quantità di moto.
Le quantità di moto individuali degli oggetti appartenenti a un sistema possono avere una risultante nulla, mentre la somma delle loro energie cinetiche (grandezze scalari e, quindi, sempre positive) non potrà mai essere nulla. È, allora, possible che un sistema di due o più oggetti abbia un'energia cinetica totale non nulla e una quantità di moto totale nulla.

4. L'energia cinetica di un corpo è $K = \frac{1}{2}mv^2$, mentre la sua quantità di moto è $p = mv$. Ricavando $v = p/m$ e sostituendola nell'espressione dell'energia cinetica otteniamo $K = \frac{p^2}{2m}$.
Applichiamo questa relazione al proiettile e al cannone:

$$K_{\text{cannone}} = \frac{p^2}{2m_{\text{cannone}}} \quad \text{e} \quad K_{\text{proiettile}} = \frac{p^2}{2m_{\text{proiettile}}}$$

dove, per il principio di conservazione, l'intensità della quantità di moto è la stessa per entrambi. La massa compare al denominatore e, dato che la massa del proiettile è minore, la sua energia cinetica sarà maggiore.

5. Immaginiamo il sistema definito dal passeggero e dall'aereo. Quando il passeggero si muove in avanti, la sua quantità di moto aumenta. Ma qualunque forza esercitata dal passeggero è una forza interna al sistema e non può, di conseguenza, modificarne la quantità di moto totale. Risulta, allora, che la quantità di moto dell'aereo deve diminuire dello stesso valore di cui è aumentata quella del passeggero: ma questa variazione risulta tanto piccola da non essere assolutamente registrabile.

6. Il satellite che esplode può essere considerato un sistema isolato e le forze relative all'esplosione sono da considerarsi tutte interne al sistema. Quindi, *dopo* l'esplosione, la quantità di moto totale dei frammenti deve essere uguale alla quantità di moto del satellite *prima* dell'esplosione.

Test

1. C
2. A
3. C
4. D

5. D
6. B
7. A
8. A
9. D
10. B
11. B
12. C
13. B
14. C
15. B

Problemi

1.
$\vec{\mathbf{I}}_{\mathbf{1}} = \bar{\vec{\mathbf{F}}}_{\mathbf{1}} \Delta t_1$ e $\vec{\mathbf{I}}_{\mathbf{2}} = \bar{\vec{\mathbf{F}}}_{\mathbf{2}} \Delta t_2$

$\vec{\mathbf{I}}_{\mathbf{1}} = \vec{\mathbf{I}}_{\mathbf{2}} \longrightarrow \bar{\vec{\mathbf{F}}}_{\mathbf{1}} \Delta t_1 = \bar{\vec{\mathbf{F}}}_{\mathbf{2}} \Delta t_2$ da cui

$$F_1 \Delta t_1 = F_2 \Delta t_2 \Rightarrow \Delta t_2 = \left(\frac{F_1}{F_2} \right) \Delta t_1$$

$$\Delta t_2 = \left(\frac{\bar{F}_1}{\bar{F}_2} \right) \Delta t_1 = 3 (3{,}2 \text{ ms}) = 9{,}6 \text{ ms}$$

2.
Per il teorema dell'impulso $(\Sigma \bar{\vec{\mathbf{F}}}) \Delta t = m\vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{f}} - m\vec{\mathbf{v}}_0$, dove $\Sigma \bar{\mathbf{F}}$ è la risultante delle forze che agiscono sulla persona. Quindi:

$$\Sigma \bar{F} = \frac{m(v_{\mathrm{f}} - v_0)}{\Delta t} = \frac{(62{,}0 \text{ kg}) [-1{,}10 \text{ m/s} - (-5{,}50 \text{ m/s})]}{1{,}65 \text{ s}} = +165 \text{ N}$$

Il segno + indica che la forza ha direzione verticale, verso l'alto.

3.
$$\Delta p = mv_{\mathbf{f}} - mv_{\mathbf{0}} = m(v_{\mathbf{f}} - v_{\mathbf{0}})$$
$$= (0{,}045 \text{ kg})(+38 \text{ m/s} - 0 \text{ m/s}) = +1{,}7 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$\bar{F} = \frac{m(v_{\mathbf{f}} - v_{\mathbf{0}})}{\Delta t} = \frac{(0{,}045 \text{ kg})(+38 \text{ m/s} - 0 \text{ m/s})}{3{,}0 \cdot 10^{-3} \text{ s}} = +570 \text{ N}$$

4.
Trascurando il peso della palla, l'unica forza presente è quella che si esercita sulla mazza.
Quindi:

$$\bar{F} = \frac{mv_{\mathbf{f}} - mv_{\mathbf{0}}}{\Delta t} = \frac{(0{,}149\ \text{kg})(-45{,}6\ \text{m/s}) - (0{,}149\ \text{kg})(+40{,}2\ \text{m/s})}{1{,}10 \cdot 10^{-3}\ \text{s}} = -11\ 600\ \text{N}$$

5.

$$\underbrace{F\,\Delta t}_{\text{Impulse}} = \underbrace{mv_{\text{f}}}_{\substack{\text{Final}\\ \text{momentum}}} - \underbrace{mv_0}_{\substack{\text{Initial}\\ \text{momentum}}} =$$

$$= m(v_{\text{f}} - v_0) = (0.35\ \text{kg})\big[(-21\ \text{m/s}) - (+4.0\ \text{m/s})\big] = -8.7\ \text{kg} \cdot \text{m/s}$$

The minus sign indicates that the direction of the impulse is the same as that of the final velocity of the ball.

6.

La forza media esercitata dalla parete sulla pattinatrice è:

$$\bar{F} = \frac{mv_{\mathbf{f}} - mv_{\mathbf{0}}}{\Delta t} = \frac{(46\ \text{kg})(-1{,}2\ \text{m/s}) - (46\ \text{kg})(0\ \text{m/s})}{0{,}80\ \text{s}} = -69\ \text{N}$$

Quindi la forza esercitata *sulla* parete è: + 69 N

7.

$$\bar{\vec{\mathbf{F}}} = \frac{m\vec{\mathbf{v}}_{\mathbf{f}} - m\vec{\mathbf{v}}_{\mathbf{0}}}{\Delta t} = \frac{m}{\Delta t}\left(\vec{\mathbf{v}}_{\mathbf{f}} - \vec{\mathbf{v}}_{\mathbf{0}}\right)$$

Il rapporto $m/(\Delta t)$ è il flusso d'acqua che incide, ogni secondo, sulla turbina, cioè 30,0 kg/s, quindi:

$$\bar{F} = \frac{m}{\Delta t}\left(v_{\text{f}} - v_0\right) = (30{,}0\ \text{kg/s})\big[(-16{,}0\ \text{m/s}) - (+16{,}0\ \text{m/s})\big] = -960\ \text{N}$$

8.

Lo studente si lascia cadere da fermo → $v_{0y} = 0$ m/s, e $a_y = -9.8$ m/s^2. Quindi, per la cinematica:

$$v_y^2 = v_{0y}^2 + 2a_y y = (0\ \text{m/s})^2 + 2a_y(-H) \rightarrow H = \frac{-v_y^2}{2a_y}$$

dove H è l'altezza di caduta (negativa perché lo studente si muove verso il basso) e v_y è la velocità un istante prima dell'impatto con il suolo.

Per il teorema dell'impulso, inoltre: $\bar{F}\Delta t = mv_{\text{f}} - mv_0 = m(0\ \text{m/s}) - mv_0 = -mv_0$ dove

$v_0 = v_y$ e $v_{\text{f}} = 0$

Infine, sostituendo:

$$H = \frac{-\left(\dfrac{-\bar{F}\Delta t}{m}\right)^2}{2a_y} = \frac{-\bar{F}^2(\Delta t)^2}{2a_y m^2} = \frac{-(+18\ 000\ \text{N})^2(0{,}010\ \text{s})^2}{2(-9{,}80\ \text{m/s}^2)(63\ \text{kg})^2} = 0{,}42\ \text{m}$$

9.
Per la conservazione dell'energia meccanica
$mgh_0 = \frac{1}{2} mv_B^2$

dove h_0 è l'altezza da cui viene lasciata cadere la palla e v_B la sua velocità subito prima dell'urto con il suolo, quindi
$v_B = \sqrt{2gh_0}$
Analogamente
$mgh_f = \frac{1}{2} mv_A^2$

dove h_f è la massima altezza raggiunta dalla palla che rimbalza e v_A la sua velocità subito dopo il rimbalzo, quindi
$v_A = \sqrt{2gh_f}$

Utilizziamo, ora, il teorema dell'impulso
$\left(\Sigma\bar{\vec{\mathbf{F}}}\right)\Delta t = m(\vec{\mathbf{v}}_\mathbf{f} - \vec{\mathbf{v}}_\mathbf{0})$
Dove $v_0 = -v_B$, e $v_f = v_A$, ottenendo

$$\left(\Sigma\bar{F}\right)\Delta t = m\sqrt{2g}\left[+\sqrt{h_f} - \left(-\sqrt{h_0}\right)\right] =$$

$$= (0{,}500\ \mathrm{kg})\sqrt{2\left(9{,}80\ \mathrm{m/s^2}\right)}\left[+\sqrt{0{,}700\ \mathrm{m}} - \left(-\sqrt{1{,}20\ \mathrm{m}}\right)\right] = +4{,}28\ \mathrm{N\cdot s}$$

L'impulso risulta positivo, quindi è rivolto verso l'alto.

10.
L'eccesso di peso si deve all'impulso esercitato sul camion dalla sabbia
$$\left(\Sigma\bar{\vec{\mathbf{F}}}\right)\Delta t = m(\vec{\mathbf{v}}_\mathbf{f} - \vec{\mathbf{v}}_\mathbf{0}) \qquad \Rightarrow \qquad \bar{\vec{\mathbf{F}}} = \frac{m(\vec{\mathbf{v}}_\mathbf{f} - \vec{\mathbf{v}}_\mathbf{0})}{\Delta t}$$

v_0 è la velocità acquistata dalla sabbia che cade dall'altezza h, ovvero
$$v_0 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2\left(9{,}80\ \mathrm{m/s^2}\right)\left(2{,}00\ \mathrm{m}\right)} = 6{,}26\ \mathrm{m/s}$$

mentre v_f è la velocità finale ed è uguale a 0 m/s. Infine
$$\bar{F} = \left(\frac{m}{\Delta t}\right)(v_\mathbf{f} - v_\mathbf{0}) = \left(55{,}0\ \mathrm{kg/s}\right)\left[(0\ \mathrm{m/s}) - (-6{,}26\ \mathrm{m/s})\right] = +344\ \mathrm{N}$$

11.
La quantità di moto è zero prima del battito, quindi deve essere zero anche dopo. Se denotiamo con il pedice s il sangue e con il pedice b il sistema, avremo
$0 = m_s v_s + m_b v_b$

$v_b = -(m_s/m_b)\, v_s = -(0{,}050\ \mathrm{kg} / 85\ \mathrm{kg})\ (0{,}25\ \mathrm{m/s}) = -1{,}5 \cdot 10^4\ \mathrm{m/s}$

12.

$$\underbrace{m_n v_n + m_p v_p}_{\substack{\text{quantità di moto}\\ \text{totale dopo il tuffo}}} = \underbrace{0}_{\substack{\text{quantità di moto}\\ \text{totale prima del tuffo}}}$$

dove n e p sono i pedici, rispettivamente, per il nuotatore e per la piattaforma

$$v_p = -\frac{m_n v_n}{m_p} = -\frac{(55\text{ kg})(+4{,}6\text{ m/s})}{210\text{ kg}} = -1{,}2\text{ m/s}$$

13.

Scegliamo come asse $+x$ la direzione iniziale del moto del razzo e come asse $+y$ la direzione perpendicolare. Indichiamo con m la massa dei due frammenti (la massa originale era, allora, $2m$) e applichiamo il principio di conservazione della quantità di moto lungo i due assi

$$\underbrace{mv_1 \cos 30{,}0° + mv_2 \cos 60{,}0°}_{P_{f,x}} = \underbrace{2mv_0}_{P_{0,x}} \qquad \Rightarrow \qquad v_1 \cos 30{,}0° + v_2 \cos 60{,}0° = 2v_0 \qquad (1)$$

$$\underbrace{mv_1 \text{sen} 30{,}0° - mv_2 \text{sen } 60{,}0°}_{P_{f,y}} = \underbrace{0}_{P_{0,y}} \qquad \Rightarrow \qquad v_2 = \frac{v_1 \text{sen } 30{,}0°}{\text{sen } 60{,}0°} \qquad (2)$$

Ricaviamo l'espressione per v_2 dalla prima equazione e la sostituiamo nella seconda, per cui

$$v_1 \cos 30{,}0° + \left(\frac{v_1 \text{sen } 30{,}0°}{\text{sen } 60{,}0°}\right)\cos 60{,}0° = 2v_0$$

$$v_1 = \frac{2v_0}{\cos 30{,}0° + \left(\frac{\text{sen } 30{,}0°}{\text{sen } 60{,}0°}\right)\cos 60{,}0°} = \frac{2(45{,}0\text{ m/s})}{\cos 30{,}0° + \left(\frac{\text{sen } 30{,}0°}{\text{sen } 60{,}0°}\right)\cos 60{,}0°} = 77{,}9\text{ m/s}$$

e, infine

$$v_2 = \frac{v_1 \text{ sen } 30{,}0°}{\text{sen } 60{,}0°} = \frac{(77{,}9\text{ m/s})\text{sen } 30{,}0°}{\text{sen } 60{,}0°} = 45{,}0\text{ m/s}$$

14.

Utilizziamo il pedice 1 per l'attrice e il pedice 2 per il proiettile e applichiamo il principio di conservazione della quantità di moto, ottenendo:

$$v_{f_1} = -\frac{m_2 v_{f_2}}{m_1} = \frac{-(0{,}010\text{ kg})(720\text{ m/s})}{51\text{ kg}} = -0{,}14\text{ m/s}$$

$$v_{f_1} = -\frac{m_2 v_{f_2}}{m_1} = \frac{-(5{,}0 \cdot 10^{-4}\text{ kg})(720\text{ m/s})}{51\text{ kg}} = -7{,}1 \cdot 10^{-3}\text{ m/s}$$

15.
Quando l'oggetto viene lanciato nella stessa direzione in cui si sta muovendo il carro, possiamo scrivere:

$$\underbrace{0,1m_{\text{carro}}\left(v_{\text{A}}+v_{\text{O}}\right)}_{\text{quantità di moto dopo il lancio}} = \underbrace{m_{\text{carro}}v_{\text{A}}}_{\text{quantità di moto prima del lancio}}$$

$$v_{\text{O}} = 9\ v_{\text{A}} \qquad (1)$$

Quando l'oggetto viene lanciato in direzione opposta, avremo:

$$\underbrace{0,1m_c\left(v_{\text{A}}-v_{\text{O}}\right)+0,9m_{\text{c}}v_{\text{B}}}_{\text{quantità di moto dopo il lancio}} = \underbrace{m_{\text{c}}v_{\text{A}}}_{\text{quantità di moto prima del lancio}} \qquad (2)$$

Sostituiamo la (1) nella (2) e risolviamo in funzione del rapporto richiesto, ottenendo

$$\frac{v_{\text{B}}}{v_{\text{A}}} = 2$$

16.
In un urto elastico si conservano sia la quantità di moto che l'energia cinetica: la velocità finale dell'automobile sarà, allora

$$v_{\text{f1}} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)v_{01}$$

dove m_1 m_2 sono, rispettivamente, le masse dell'auto e del furgone e v_{01} è la velocità iniziale dell'auto.

$$v_{\text{f1}} = \left(\frac{715\text{ kg} - 1055\text{ kg}}{715\text{ kg} + 1055\text{ kg}}\right)\left(+2,25\text{ m/s}\right) = -0,432\text{ m/s}$$

La velocità finale del furgone sarà:

$$v_{\text{f2}} = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right)v_{01} = \left[\frac{2\left(715\text{ kg}\right)}{715\text{ kg} + 1055\text{ kg}}\right]\left(+2,25\text{ m/s}\right) = +1,82\text{ m/s}$$

17.
Gli urti sono elastici, quindi l'energia totale meccanica si conserva, mentre non si conserva, in direzione verticale, la quantità di moto in quanto la forza di gravità è una forza esterna.

$$\underbrace{\tfrac{1}{2}mv_{\text{f}}^2 + mgh_{\text{f}}}_{E_{\text{f}}} = \underbrace{\tfrac{1}{2}mv_0^2 + mgh_0}_{E_0}$$

Risolvendo l'equazione in funzione di h_f otteniamo

$$h_f = \frac{v_0^2 - v_f^2}{2g} + h_0$$

Per risolvere il problema dobbiamo ricavare i valori della velocità.
La velocità iniziale ha la sola componente orizzontale $v_0 = v_{0x}$. Ma anche la velocità finale, dato che la pallina si trova alla sua altezza massima, ha una sola componente orizzontale, $v_f = v_{fx}$ e, dato che in direzione orizzontale non agiscono forze, la quantità di moto orizzontale si conserva, per cui $v_0 = v_f$. Quindi

$$h_f = 0 + h_0 = 3{,}00 \text{ m}$$

18.

$$\underbrace{\left(m_{\text{proiettile}} + m_{\text{blocco}}\right)v_f}_{\substack{\text{quantità di moto} \\ \text{dopo l'urto}}} = \underbrace{m_{\text{proiettile}}v_{0,\text{proiettile}} + m_{\text{blocco}}v_{0,\text{blocco}}}_{\substack{\text{quantità di moto} \\ \text{prima dell'urto}}}$$

$$v_f = \frac{m_{\text{proiettile}}v_{0,\text{proiettile}} + m_{\text{blocco}}v_{0,\text{blocco}}}{m_{\text{proiettile}} + m_{\text{blocco}}} =$$

$$= \frac{(0{,}00250 \text{ kg})(425 \text{ m/s}) + (0{,}215 \text{ kg})(0 \text{ m/s})}{0{,}00250 \text{ kg} + 0{,}215 \text{ kg}} = 4{,}89 \text{ m/s}$$

$$\underbrace{\left(m_{\text{proiettile}} + m_{\text{blocco}}\right)gh_f}_{\substack{\text{Energia totale meccanica alla} \\ \text{massima altezza,} \\ \text{solo potenziale}}} = \underbrace{\tfrac{1}{2}\left(m_{\text{proiettile}} + m_{\text{blocco}}\right)v_f^2}_{\substack{\text{Energia totale meccanica alla} \\ \text{base dell'oscillazione,} \\ \text{solo cinetica}}}$$

$$h_f = \frac{\frac{1}{2}v_f^2}{g} = \frac{\frac{1}{2}(4{,}89 \text{ m/s})^2}{9{,}80 \text{ m/s}^2} = 1{,}22 \text{ m}$$

19.
Per il principio di conservazione della quantità di moto, in direzione x possiamo scrivere, osservando il disegno

$$m_A v_{0A} = m_A v_{fA}(\cos 65°) + m_B v_{fB}(\cos 37°) \qquad (1)$$

e in direzione y

$$0 = m_A v_{fA}(\text{sen } 65°) - m_B v_{fB}(\text{sen } 37°) \qquad (2)$$

da cui possiamo ricavare

$$v_{fB} = \frac{m_A v_{fA} (\sin 65°)}{m_B (\sin 37°)} \qquad (3)$$

che si può sostituire nella (1), ottenendo

$$m_A v_{0A} = m_A v_{fA} (\cos 65°) + \left[\frac{m_A v_{fA} (\text{sen } 65°)}{\text{sen } 37°} \right] (\cos 37°)$$

$$v_{fA} = \frac{v_{0A}}{\cos 65° + \left(\frac{\text{sen } 65°}{\tan 37°} \right)} = \frac{+5{,}5 \text{ m/s}}{\cos 65° + \left(\frac{\text{sen } 65°}{\tan 37°} \right)} = 3{,}4 \text{ m/s}$$

e, dalla (3)

$$v_{fB} = \frac{(0{,}025 \text{ kg})(3{,}4 \text{ m/s})(\text{sen } 65°)}{(0{,}050 \text{ kg})(\text{sen } 37°)} = 2{,}6 \text{ m/s}$$

20.
La velocità della prima biglia, colpita dalla stecca è

$$v_{0_1} = \frac{\bar{F}\Delta t}{m} = \frac{+1{,}50 \text{ N} \cdot \text{s}}{0{,}165 \text{ kg}} = 9{,}09 \text{ m/s}$$

Nell'urto elastico si conservano sia la quantità di moto che l'energia cinetica. Risolvendo il sistema delle due equazioni, otteniamo:

$$v_{f2} = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2} \right) v_{01} = \left(\frac{2m}{m + m} \right) v_{01} = v_{01} = +9{,}09 \text{ m/s}$$

21.

$$\underbrace{(m_1 + m_2)v_f}_{\substack{\text{quantità di moto totale} \\ \text{dopo l'urto}}} = \underbrace{m_1 v_{01} + m_2 v_{02}}_{\substack{\text{quantità di moto totale} \\ \text{prima dell'urto}}}$$

dove $v_{02} = 0$ m/s. Risolvendo in funzione della velocità finale

$$v_f = \frac{m_1 v_{01} + m_2 v_{02}}{m_1 + m_2} = \frac{(2100 \text{ kg})(+17 \text{ m/s}) + (1900 \text{ kg})(0 \text{ m/s})}{2100 \text{ kg} + 1900 \text{ kg}} = \boxed{+8{,}9 \text{ m/s}}$$

nello stesso verso in cui si muoveva la macchina in movimento.

Per il teorema dell'impulso:

$$\underbrace{\bar{F}\Delta t}_{\substack{\text{Impulso}\\ \text{esercitato sulle}\\ \text{due auto}}} = \underbrace{(m_1+m_2)v_{\text{finale}}}_{\substack{\text{quantità di moto}\\ \text{totale finale}}} - \underbrace{(m_1+m_2)v_{\text{dopo}}}_{\substack{\text{quantità di moto totale}\\ \text{subito dopo l'urto}}}$$

dove $v_{\text{finale}} = 0$ m/s e $v_{\text{dopo}} = v_{\text{f}} = +8{,}9\ \text{m/s}$. Quindi

$\bar{F}\Delta t = (2100\ \text{kg} + 1900\ \text{kg})(0\ \text{m/s}) - (2100\ \text{kg} + 1900\ \text{kg})(8{,}9\ \text{m/s}) = \boxed{-3{,}6 \times 10^4\ \text{N}\cdot\text{s}}$

in verso opposto a quello delle due auto unite.
Infine, ricorrendo a nozioni di cinematica:

$v_{\text{finale}}^2 = v_{\text{dopo}}^2 + 2ax$

dove $a = -f_{\text{k}}/(m_1+m_2)$, con f_{k} = forza di attrito $= \mu_{\text{k}} F_{\text{N}} = \mu_{\text{k}}(m_1+m_2)g$

Quindi $\quad 0 = v_{\text{f}}^2 + 2\left(\dfrac{-f_{\text{k}}}{m_1+m_2}\right)x \quad \Rightarrow \quad x = \dfrac{(m_1+m_2)v_{\text{f}}^2}{2f_{\text{k}}}$

$$x = \frac{(m_1+m_2)v_{\text{f}}^2}{2\mu_{\text{k}}(m_1+m_2)g} = \frac{v_{\text{f}}^2}{2\mu_{\text{k}} g} = \frac{(8{,}9\ \text{m/s})^2}{2(0{,}68)(9{,}80\ \text{m/s}^2)} = 5{,}9\ \text{m}$$

22.
Poniamo che il carbone sia l'oggetto 1 e il carrello l'oggetto 2, per la conservazione della quantità di moto in direzione orizzontale avremo:

$$(m_1+m_2)v_{\text{f}} = m_1 v_1 \cos 25{,}0° + m_2 v_2$$

$$v_{\text{f}} = \frac{m_1 v_1 \cos 25{,}0° + m_2 v_2}{m_1+m_2} = \frac{(150\ \text{kg})(0{,}80\ \text{m/s})\cos 25{,}0° + (440\ \text{kg})(0{,}50\ \text{m/s})}{150\ \text{kg} + 440\ \text{kg}} = 0{,}56\ \text{m/s}$$

verso destra.

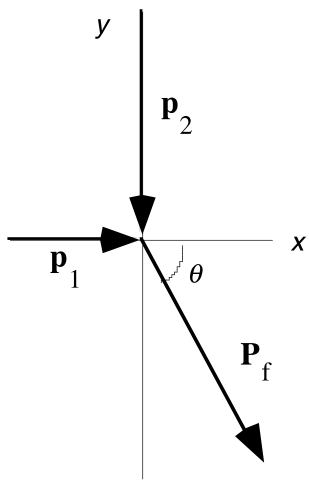
23.
In direzione x, osservando anche il disegno, scriviamo

$(m_1+m_2)v_{\text{f}} \cos\theta = m_1 v_{01}$

In direzione y, avremo

$(m_1+m_2)v_{\text{f}}\ \text{sen}\ \theta = m_2 v_{02}$

Dividendo le due equazioni membro a membro, ricaviamo



$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{m_2 v_{0_2}}{m_1 v_{0_1}}\right) = \tan^{-1}\left[\frac{(70{,}0\ \text{kg})(7{,}00\ \text{m/s})}{(50{,}0\ \text{kg})(3{,}00\ \text{m/s})}\right] = 73°$$

Utilizzando ora la prima equazione troviamo:

$$v_f = \frac{m_1 v_{0,1}}{(m_1+m_2)\cos\theta} = \frac{(50{,}0\ \text{kg})(3{,}00\ \text{m/s})}{(50{,}0\ \text{kg} + 70{,}0\ \text{kg})(\cos 73{,}0°)} = 4{,}28\ \text{m/s}$$

24.
Per la conservazione della quantità di moto:

$$m_1v_1 + m_2v_2 = \left(m_1 + m_2\right)v \Rightarrow$$

$$v = \frac{m_1v_1 + m_2v_2}{m_1 + m_2} = \frac{\left(60{,}0\ \text{kg}\right)\left(+3{,}80\ \text{m/s}\right) + \left(12{,}0\ \text{kg}\right)\left(0\ \text{m/s}\right)}{\left(60{,}0 + 12{,}0\right)\text{kg}} = +3{,}17\ \text{m/s}$$

$$a = \frac{v^2}{2s}; f_d = \mu_d F_n = ma; \mu_d mg = ma \Rightarrow$$

$$\mu_d = \frac{a}{g} = \frac{v^2}{2sg} = \frac{\left(3{,}17\ \text{m/s}\right)^2}{2\left(30{,}0\ \text{m}\right)\left(9{,}80\ \text{m/s}^2\right)} = 0{,}017$$

25.
Per la conservazione della quantità di moto:
$mv_{f1} + mv_{f2} = mv_{01} + mv_{02}$
da cui
$v_{f1} + v_{f2} = v_{01} + v_{02} =(+7{,}0\text{m/s}) + (-4{,}0\text{m/s}) = 3{,}0$ m/s (1)

Per la conservazione dell'energia cinetica:
$(1/2)\, mv_{f1}^2 + (1/2)\, mv_{f2}^2 = (1/2)\, mv_{01}^2 + (1/2)\, mv_{02}^2$ (2)
da cui
$v_{f1}^2 + v_{f2}^2 = v_{01}^2 + v_{02}^2 = 65\ \text{m}^2/\text{s}^2$

Risolviamo il sistema delle equazioni (1) e (2) in funzione di $v_{f,2}$
$2v_{f2}^2 - (6{,}0\ \text{m/s})v_{f2} - 56\ \text{m}^2/\text{s}^2 = 0$
che ha come soluzioni $v_{f2} = 7{,}0$ m/s e $v_{f2} = -4{,}0$ m/s

La prima sfera ha, allora, una velocità finale di $-4{,}0$ m/s , e la seconda sfera una velocità finale di +7,0 m/s , entrambe in verso opposto a quello iniziale.

26.
Inizialmente la palla ha un'energia totale $E_0 = mgh_0$. Dopo il primo rimbalzo ha un'energia

$E_1 = 0{,}900\, E_0 = 0{,}900\, mgh_0$ e, dopo l'ennesimo rimbalzo, la sua energia è diventata
$E_N = (0{,}900)^N mgh_0$

che deve essere posta uguale a mgh_f where $h_f = 2{,}44$ m. Quindi,
$(0{,}900)^N mgh_0 = mgh$ da cui $(0{,}900)^N = h/h_0$

Passando ai logaritmi

$$N \log(0{,}900) = \log(h/h_0) \quad \rightarrow \quad N = \frac{\log\left(\dfrac{2{,}44\ \text{m}}{6{,}10\ \text{m}}\right)}{\log(0{,}900)} = 8{,}7 \quad \rightarrow \quad 8$$

27.

Applicando il principio di conservazione dell'energia alla sfera di massa 1,50 kg, avremo

$$\underbrace{\tfrac{1}{2}mv_\mathrm{f}^2 + mgh_\mathrm{f}}_{E_\mathrm{f}} = \underbrace{\tfrac{1}{2}mv_0^2 + mgh_0}_{E_0}$$

Assumiamo come livello di zero $h_\mathrm{f} = 0$ m, per cui

$$\tfrac{1}{2}mv_\mathrm{f}^2 = \tfrac{1}{2}mv_0^2 + mgh_0 \quad \text{e}$$

$$v_f = \sqrt{v_o^2 + 2gh_0} = \sqrt{(5{,}00\ \mathrm{m/s})^2 + 2\left(9{,}80\ \mathrm{m/s^2}\right)(0{,}300\ \mathrm{m})} = 5{,}56\ \mathrm{m/s}$$

Supponendo che l'urto sia elastico, le velocità delle sfere subito dopo l'urto saranno:

$$v_{\mathrm{f}1} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)v_{01} \qquad \text{e} \qquad v_{\mathrm{f}2} = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right)v_{01}$$

dove v_{01} è uguale a v_f appena calcolata. Sostituendo i valori troviamo:

$$v_{f,1} = -2{,}83\ \mathrm{m/s}$$

$$v_{f,2} = +2{,}73\ \mathrm{m/s}$$

Applichiamo il principio di conservazione dell'energia alle due sfere

$$\underbrace{\tfrac{1}{2}mv_\mathrm{f}^2 + mgh_\mathrm{f}}_{E_\mathrm{f}} = \underbrace{\tfrac{1}{2}mv_0^2 + mgh_0}_{E_0}$$

$$h_f = \frac{v_0^2}{2g} \Rightarrow h_{1,f} = \frac{\left(-2{,}83\ \mathrm{m/s}\right)^2}{2\left(9{,}80\ \mathrm{m/s^2}\right)} = 0{,}409\ \mathrm{m}$$

$$h_{2,f} = \frac{\left(2{,}73\ \mathrm{m/s}\right)^2}{2\left(9{,}80\ \mathrm{m/s^2}\right)} = 0{,}380\ \mathrm{m}$$

28.

$$x_\mathrm{cm} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2}$$

dove i pedici "1" e "2" si riferiscono, rispettivamente alla Terra e alla Luna. Poniamo l'origine nel centro della Terra, così che $x_1 = 0$ e $x_2 = d$, distanza Terra-Luna:

$$x_\mathrm{cm} = \frac{m_2d}{m_1 + m_2} = \frac{(7{,}35 \cdot 10^{22}\ \mathrm{kg})(3{,}85 \cdot 10^{8}\ \mathrm{m})}{5{,}98 \cdot 10^{24}\ \mathrm{kg} + 7{,}35 \cdot 10^{22}\ \mathrm{kg}} = 4{,}67 \cdot 10^{6}\ \mathrm{m}$$

29.

$$\left(v_{\text{cm}}\right)_{\text{prima}} = \frac{m_1 v_{01} + m_2 v_{02}}{m_1 + m_2} =$$

$$= \frac{(65 \cdot 10^3 \text{ kg})(+0{,}80 \text{ m/s}) + (92 \cdot 10^3 \text{ kg})(+1{,}2 \text{ m/s})}{65 \cdot 10^3 \text{ kg} + 92 \cdot 10^3 \text{ kg}} = +1{,}0 \text{ m/s}$$

$$\left(v_{\text{cm}}\right)_{\text{dopo}} = \frac{m_1 v_{\text{f}} + m_2 v_{\text{f}}}{m_1 + m_2} = v_{\text{f}} = +1{,}0 \text{ m/s}$$

I due vagoni sono agganciati, quindi ogni punto del sistema, centro di massa compreso, deve muoversi con la stessa velocità, $\vec{v}_f$.

30.

$$x_{\text{cm}} = \frac{m_{\text{c}} x_{\text{c}} + m_{\text{o}} x_{\text{o}}}{m_{\text{c}} + m_{\text{o}}}$$

Poniamo l'origine nel centro dell'atomo di carbonio, ottenendo:

$$x_{\text{cm}} = \frac{m_{\text{c}} x_{\text{c}} + m_{\text{o}} x_{\text{o}}}{m_{\text{c}} + m_{\text{o}}} = \frac{x_{\text{o}}}{\left(m_{\text{c}} / m_{\text{o}}\right) + 1} = \frac{1{,}13 \cdot 10^{-10} \text{ m}}{\left(0{,}750\, m_{\text{o}} / m_{\text{o}}\right) + 1} = 6{,}46 \cdot 10^{-11} \text{ m}$$

31.

$$\underbrace{0}_{\substack{\text{quantità di moto totale} \\ \text{dopo l'urto}}} = \underbrace{m_{\text{a}} v_{0,\text{ a}} + m_{\text{f}} v_{0,\text{ f}}}_{\substack{\text{quantità di moto totale} \\ \text{prima dell'urto}}}$$

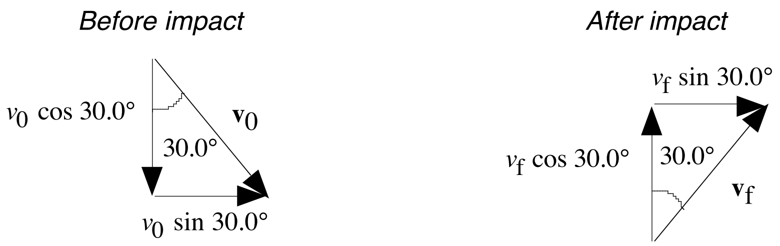
$$v_{0,\text{ f}} = \frac{-m_{\text{a}} v_{0,\text{ a}}}{m_{\text{f}}} = \frac{-(1100 \text{ kg})(32 \text{ m/s})}{2500 \text{ kg}} = -14 \text{ m/s}$$

32.

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{(75 \text{ kg}) \cdot (6{,}4 \text{ m/s})}{(2{,}0 \cdot 10^{-3} \text{ s})} = 2{,}4 \cdot 10^5 \text{ N},$$

$$\vec{F} = \frac{(75 \text{ kg})(6{,}4 \text{ m/s})}{(0{,}10 \text{ s})} = 4{,}8 \cdot 10^3 \text{ N}$$

33.



Nell'impatto con il terreno cambia solo la componente verticale della quantità di moto, quindi, con riferimento anche alla figura, possiamo impostare la relazione:

$$\overline{F}\,\Delta t = m(v_{\mathbf{fy}} - v_{\mathbf{0y}}) = m\left[(+v_{\mathrm{f}}\cos\ 30{,}0°) - (-v_0\cos\ 30{,}0°)\right]$$

e, dato che $v_0 = v_{\mathrm{f}} = 45\ \mathrm{m/s}$,

$$\overline{F}\Delta t = 2mv_0\cos\ 30{,}0° = 2(0{,}047\ \mathrm{kg})(45\ \mathrm{m/s})(\cos\ 30{,}0°) = 3{,}7\ \mathrm{N\cdot s}$$

34.
In caso di urto elastico si conservano quantità di moto ed energia cinetica, quindi:

$$v_{\mathrm{f1}} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)v_{01} \qquad \text{e} \qquad v_{\mathrm{f2}} = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right)v_{01}$$

Sostituendo i valori otteniamo:

$$v_{f,1} = \left(\frac{5{,}00\ \mathrm{kg} - 7{,}50\ \mathrm{kg}}{5{,}00\ \mathrm{kg} + 7{,}50\ \mathrm{kg}}\right)(2{,}00\ \mathrm{m/s}) = -0{,}400\ \mathrm{m/s}$$

$$v_{f,2} = \left(\frac{2(5{,}00\ \mathrm{kg})}{5{,}00\ \mathrm{kg} + 7{,}50\ \mathrm{kg}}\right)(2{,}00\ \mathrm{m/s}) = +1{,}60\ \mathrm{m/s}$$

In caso di urto totalmente anelastico, le due sfere restano unite e, quindi:

$$v_f = \frac{m_1 v_{0,1}}{m_1 + m_2} = \frac{(5{,}00\ \mathrm{kg})(2{,}00\ \mathrm{m/s})}{5{,}00\ \mathrm{kg} + 7{,}50\ \mathrm{kg}} = +0{,}800\ \mathrm{m/s}$$

35.
L'urto è totalmente anelastico, quindi:

$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2)V \quad \text{da cui} \quad m_2 = \frac{m_1 v_1}{V} - m_1 = \frac{(115\ \mathrm{kg})(4{,}5\ \mathrm{m/s})}{2{,}6\ \mathrm{m/s}} - 115\ \mathrm{kg} = 84\ \mathrm{kg}$$

36.
La tabella che segue riporta le coordinate delle posizioni dei tre atomi (usiamo il pedice "1" per l'atomo di ossigeno a sinistra "2" per l' atomo a destra e "3" per lo zolfo).

	Coordinate- x	***Coordinate- y***
Ossigeno a sx	$x_1 = -(0{,}143\ \mathrm{nm})\ \mathrm{sen}\ 60{,}0°$ $= -0{,}124\ \mathrm{nm}$	$y_1 = +(0{,}143\ \mathrm{nm})\cos\ 60{,}0°$ $= +0{,}0715\ \mathrm{nm}$
Ossigeno a dx	$x_2 = +(0{,}143\ \mathrm{nm})\ \mathrm{sen}\ 60{,}0°$ $= +0{,}124\ \mathrm{nm}$	$y_2 = +(0{,}143\ \mathrm{nm})\cos\ 60{,}0°$ $= +0{,}0715\ \mathrm{nm}$
Zolfo	$x_3 = 0\ \mathrm{nm}$	$y_3 = 0\ \mathrm{nm}$

$$x_{\text{cm}} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{m_1\left(-0,124 \text{ nm}\right) + m_2\left(+0,124 \text{ nm}\right)x_2 + m_3\left(0 \text{ nm}\right)}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$m_1 = m_2 \rightarrow x_{\text{cm}} = 0 \text{ m}$

$$y_{\text{cm}} = \frac{m_1y_1 + m_2y_2 + m_3y_3}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{m_1\left(+0,0715 \text{ nm}\right) + m_2\left(+0,0715 \text{ nm}\right)x_2 + m_3\left(0 \text{ nm}\right)}{m_1 + m_2 + m_3}$$

Poniamo $m_1 = m_2 = m$ e $m_3 = 2m$, ottenendo

$$y_{\text{cm}} = \frac{m\left(+0,0715 \text{ nm}\right) + m\left(+0,0715 \text{ nm}\right)x_2 + 2m\left(0 \text{ nm}\right)}{m + m + 2m} = 0,0358 \text{ nm}$$

37.

$m_1v_{f,1} + m_2v_{f,2} = \left(m_1 + m_2\right)v_0$ da cui

$$v_{\text{f1}} = \frac{(m_1 + m_2)v_0 - m_2v_{\text{f2}}}{m_1} =$$

$$= \frac{\left[2400 \text{ kg} + 1200 \text{ kg}\right](4900 \text{ m/s}) - (1200 \text{ kg})(5700 \text{ m/s})}{2400 \text{ kg}} = +4500 \text{ m/s}$$

nella stessa direzione e verso in cui si muoveva il razzo prima dell'esplosione.

38.

Non ci sono forze esterne, quindi la componente della quantità di moto parallela al pavimento si conserva: inizialmente era zero e deve rimanere zero anche dopo l'urto. Lavoriamo per componenti utilizzando i dati del disegno

direzione x $\quad -m_1v_1\left(\text{sen } 25,0°\right) + m_2v_2\left(\cos 45,0°\right) = 0$

direzione y $\quad m_1v_1\left(\cos\ 25,0°\right) + m_2v_2\left(\text{sen } 45,0°\right) + m_3v_3 = 0$

Tralasciando, per ora, le unità di misura, possiamo ricavare

$-1,27m_1 + 1,27m_2 = 0$

$2,72m_1 + 1,27m_2 - 3,99 = 0$

Sottraendo membro a membro otteniamo $m_1 = 1,00kg$, che sostituito nella prima equazione dà $m_2 = 1,00$ kg

39.
Se il cannone non è vincolato, per la conservazione della quantità di moto:

$$\underbrace{m_1 v_{f1} + m_2 v_{f2}}_{\text{quantità di moto totale prima dello sparo}} = \underbrace{0}_{\text{quantità di moto totale iniziale}} \qquad (1)$$

dove gli indici "1" and "2" si riferiscono al cannone e al proiettile, rispettivamente. Quando il cannone è vincolato alla piattaforma, si muove solo il proiettile e l'energia cinetica vale:

$$K = \tfrac{1}{2} m_2 v_2{}^2 = \tfrac{1}{2}(85{,}0\ \text{kg})(551\ \text{m/s})^2 = 1{,}29 \cdot 10^7\ \text{J}$$

Quando il cannone non è vincolato, l'energia cinetica del sistema ha lo stesso valore e possiamo scrivere la sua espressione nella forma

$$K = \tfrac{1}{2} m_1 v_{f1}^2 + \tfrac{1}{2} m_2 v_{f2}^2 \qquad (2)$$

Ricaviamo v_{f1} dall'equazione (1) e sostituiamo nella (2) ottenendo

$$K = \frac{m_2^2 v_{f2}^2}{2m_1} + \tfrac{1}{2} m_2 v_{f2}^2 \qquad (3)$$

da cui

$$v_{f2} = \sqrt{\frac{2KE}{m_2\left(\dfrac{m_2}{m_1}+1\right)}} = \sqrt{\frac{2(1{,}29 \cdot 10^7\ \text{J})}{(85\ \text{kg})\left(\dfrac{85\ \text{kg}}{5{,}80 \cdot 10^3\ \text{kg}}+1\right)}} = +547\ \text{m/s}$$

Olimpiadi della fisica

1. D
2. C
3. D
4. Nell'urto si conserva la quantità di moto, per cui $mv = mv' + MV' \Rightarrow V' = \dfrac{m(v-v')}{M}$, dove *V'* rappresenta la velocità della seconda sfera dopo l'urto. Ricordando che *v'* = -1 m/s, con segno negativo perché è di verso contrario rispetto a *v*, si ottiene

$$V' = \frac{m(v-v')}{M} = \frac{1\text{kg}(5\text{m/s} + 1\text{m/s})}{2\text{kg}} = 3\text{m/s}$$

Test di ammissione all'Università

1. A
2. A
3. B

Prove d'esame all'Università

1.

$q_i = m_1 v_i$

$q_f = (m_1 + m_2)v_f$

$$q_i = q_f \Rightarrow m_1 v_i = (m_1 + m_2)v_f \Rightarrow v_i = \frac{(m_1 + m_2)v_f}{m_1} = \frac{(1100\text{kg} + 1400\text{kg})16\text{km/h}}{1100\text{kg}} = 36\ \text{km/h}$$

2.

$q_i = m_1 v_i$

$q_f = (m_1 + m_2)v_f$

$$q_f = q_i \Rightarrow (m_1 + m_2)v_f = m_1 v_i \Rightarrow v_f = \frac{m_1 v_i}{m_1 + m_2} = \frac{75\ \text{kg} \cdot 15\ \text{km/h}}{75\ \text{kg} + 25\ \text{kg}} = 11\ \text{km/h}$$