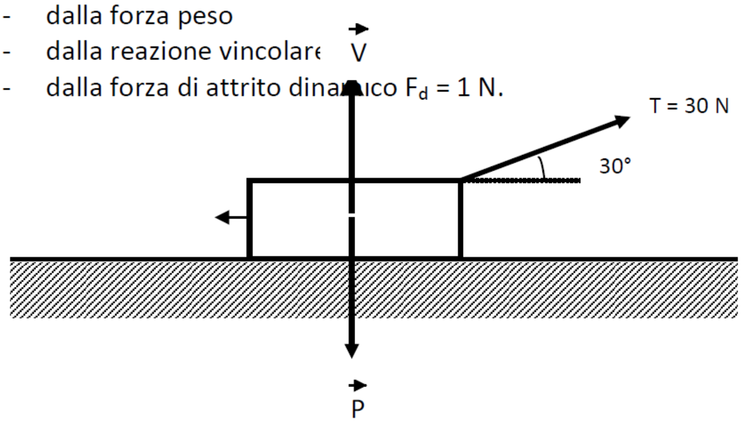
ESERCIZIO 1

Consideriamo un blocco di 2 kg in movimento. Poniamo di voler calcolare il lavoro compiuto, dalla posizione A alla posizione B, distanti 5 m:

- dalla forza T di 30 N, applicata al corpo con una corda inclinata di 30°
- dalla forza peso
- dalla reazione vincolare
- dalla forza di attrito dinamico F_d = 1 N.



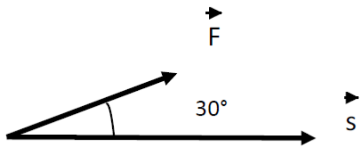
SOLUZIONE:

1) Il lavoro compiuto dalla forza $\vec{T}$ esercitata dalla corda ovvero, come si suole dire (per brevità), il "lavoro compiuto dalla corda", è:

L = forza applicata al corpo x spostamento (in linea d'aria) del corpo x coseno dell'angolo tra il vettore "forza" e il vettore "spostamento".

$L_{corda} = F \cdot s \cdot \cos\theta = 30\ N \cdot 5\ m \cdot \cos 30° = 23{,}1\ J$

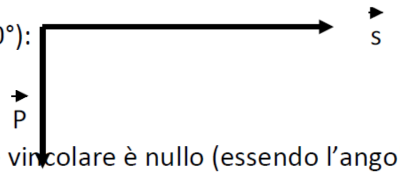
infatti l'angolo θ tra forza e spostamento è il seguente:



2) Il lavoro compiuto dalla forza peso $\vec{P}$ ovvero, come si suole dire, il "lavoro compiuto dalla gravità", è:

$L_{peso} = F \cdot s \cdot \cos\theta = (2 \cdot 9{,}8) \cdot 5 \cdot \cos 90° = 19{,}6 \cdot 5 \cdot 0 = 0$ (lavoro nullo)

infatti l'angolo θ tra forza e spostamento è il seguente (90°):



3) Analogamente, anche il lavoro compiuto dalla reazione vincolare è nullo (essendo l'angolo tra il vettore forza e il vettore spostamento di nuovo θ = 90° – e il coseno a 90° vale zero):

4) Infine, il lavoro compiuto dalla forza d'attrito dinamico (brevemente, *il lavoro compiuto dall'attrito*) risulta:

$L_{attrito} = F \cdot s \cdot \cos\theta = 1 \cdot 5 \cdot \cos 180° = 1 \cdot 5 \cdot (-1) = -5\ J$

ESERCIZIO 2

Facciamo l'ipotesi di avere una canna da pesca, con la quale vogliamo sollevare un pesce di massa di 2kg, avente il braccio resistente di 240cm e motore 40cm. Vogliamo quindi ricavare lo sforzo che dobbiamo fare per sollevare tale pesce oltre al guadagno della leva.

Svolgimento

Teniamo presente che la forza resistente Fr è la forza da vincere e la forza motrice è quella che applichiamo noi.

I bracci vanno sempre valutati dal fulcro (intorno al quale la leva ruota quindi dalla pancia dell'uomo) e la forza. Tali bracci quindi rappresentano la distanza minima tra il fulcro e la forza e vanno quindi presi perpendicolarmente alla forza stessa a partire dal fulcro.

Prima di tutto ricaviamo la $F_r = m \cdot g = 2kg \cdot 10m/s^2 = 20N$

I calcoli da effettuare si basano sul concetto che il momento (= Forza x braccio) della forza motrice deve essere uguale (e contrario) a quello della forza resistente: questo per l'equilibrio alla rotazione. Cioè visivamente, sullo schema di cui sopra, dobbiamo aver disposto le forze in modo tale che se, come nel nostro caso, la forza motrice fa ruotare la leva nel verso antiorario intorno al fulcro, quella resistente deve far ruotare la leva nel verso orario: cioè una rotazione va ad equilibrare l'altra e la leva rimane in equilibrio cioè ferma, altrimenti si mette a ruotare. Tale questione vale per tutte e tre le tipologie delle leve.

Possiamo verificare che, intorno al fulcro effettivamente ciò accade.

Quindi scriviamo

$$M_m = M_r \quad ===\rightarrow \quad F_m \cdot b_m = F_r \cdot b_r$$

In tale equazione l'incognita è la Forza motrice

$$F_m = \frac{F_r \cdot b_r}{b_m} \quad \text{quindi} \quad F_m = \frac{20N \cdot 2{,}40m}{0{,}40m} = 120N$$

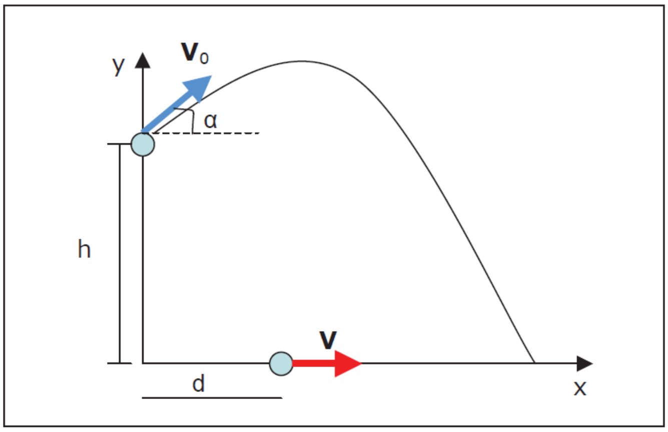
E' evidente che se tale leva ci permette di sollevare 20N applicando 120N è quindi svantaggiosa e tale questione è anche visibile dal Guadagno

$$G = \frac{F_r}{F_m} \quad ==\rightarrow \quad G = \frac{20N}{120N} = \frac{1}{6} = 0{,}16 < 1$$

ESERCIZIO 3

Un pallone viene lanciato con un angolo α = 30° dalla sommità di un palazzo alto 20 m come. La velocità iniziale sia V_0 = 10 m/sec. Nello stesso istante, da un punto che si trova a 40 m dalla base del palazzo, un uomo corre per cercare di prendere il pallone quando questo tocca il suolo. Quale deve essere la velocità dell'uomo per poter prendere il pallone? Trascurare la resistenza dell'aria.

Soluzione



Occorre calcolare il punto di impatto del pallone col suolo e il tempo di volo per poter calcolare la velocità dell' uomo. Dividiamo il moto del pallone nelle sue componenti orizzontale e verticale. Il moto del pallone e' uniforme lungo la proiezione orizzontale con velocità:

$$V_{0x} = V_0 \cdot \cos\alpha = 10 \cdot 0{,}866 = 8{,}66 m/s$$

Il moto del corpo e' uniformemente ritardato nel moto verso l'alto e uniformemente accelerato nel moto verso il basso nella sua componente verticale. La velocità iniziale lungo la verticale sara':

$$V_{0y} = V_0 \cdot \sin\alpha = 10 \cdot 0{,}5 = 5 m/s$$

Nel moto verso l'alto la legge oraria sara':

$$y = y_0 + V_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2$$

Nel punto di massima altezza il corpo si ferma per cui possiamo calcolare il tempo di salita:

$$V_{0y} = g \cdot t_S \Rightarrow t_S = \frac{V_{0y}}{g} = \frac{5}{9{,}8} = 0{,}5 s$$

e in questo tempo percorre un tratto:

$$y_1 = V_{0y} \cdot t_1 - \frac{1}{2} g t_1^2 = 5 \cdot 0{,}5 - \frac{1}{2} \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}5^2 = 1{,}3 m$$

ESERCIZIO 3

Il corpo raggiunge quindi un'altezza totale, rispetto al suolo pari a:

$$y_2 = h + y_1 = 20 + 1{,}3 = 21{,}3\text{m}$$

Da questo momento in poi il corpo si muove verso il basso partendo dall'altezza y_2 con velocità nulla. La sua legge oraria sara':

$$y = y_2 - \frac{1}{2}gt^2$$

Esso raggiunge il suolo quando y = 0, per cui il tempo impiegato sarà:

$$0 = y_2 - \frac{1}{2}gt_2^2 \Rightarrow t_2 = \sqrt{\frac{2y_2}{}}\ \text{t^-0,5}$$

Il tempo di volo totale sara' quindi:

$$t = t_1 + t_2 = 0{,}5 + 2{,}1 = 2{,}6\text{s}$$

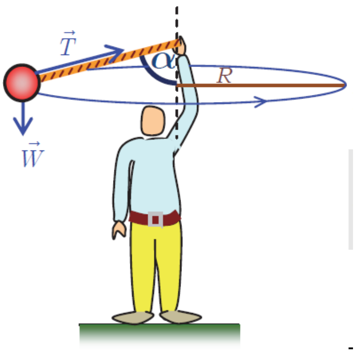
In questo tempo la sua proiezione orizzontale percorre una distanza:

$$x = V_{0x} \cdot t = 8{,}7 \cdot 2{,}6 = 22{,}6\text{m}$$

Trovandosi l'uomo a 40 m deve percorrere una distanza x = 40 - 22.6 = 17,4 m in un tempo t = 2,6 s per cui la sua velocità sara':

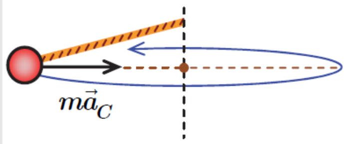
$$V = \frac{x}{t} = \frac{17{,}4}{2{,}6} = 6{,}7\text{m/s}$$

ESERCIZIO 4



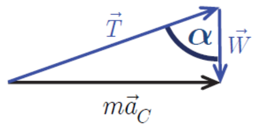
3. Una massa m, legata al capo di una fune, viene fatta ruotare da un uomo sopra alla sua testa. La massa descrive una circonferenza orizzontale di raggio $R = 1.30$ m

e la corda forma sempre uno stesso angolo α con la verticale. Sapendo che la velocità costante di rotazione è 8.50 m/s, calcolare α.



La forza centripeta $m\vec{a}_C$ è orizzontale, diretta verso il centro della circonferenza (che si trova sulla retta verticale passante per la mano dell'uomo), ed è prodotta dalle due forze che agiscono sulla massa, cioè la tensione ed il peso, sommate vettorialmente, come si vede applicando la seconda legge in forma vettoriale:

$\vec{T} + \vec{W} = m\vec{a}_C$



Dal metodo di punta coda risulta poi che i tre vettori $\vec{W}$ ed $m\vec{a}_C$ sono cateti di un triangolo rettangolo in cui $\vec{T}$ è ipotenusa. Come sappiamo, in un triangolo rettangolo il rapporto fra la misura $m\,|\vec{a}_C|$ del cateto opposto ad α e la misura $|\vec{W}|$ del cateto adiacente ad α fornisce la tangente goniometrica dell'angolo:

$$\tan\alpha = \frac{m\,|\,\vec{a}_C\,|}{|\,\vec{W}\,|} = \frac{m\,|\,\vec{v}\,|^2/R}{mg} = \frac{|\,\vec{v}\,|^2}{Rg} = \frac{8.50^2}{1.30\times 9.81} = 5.67$$

$\alpha = \tan^{-1}(5.67) = 80.0°$

ESERCIZIO 5

Luciana Littizzetto e Giuliano Ferrara stanno pattinando sul ghiaccio, e si ritrovano entrambi fermi, l'uno di fronte all'altra. La Littizzetto dà uno spintone a Ferrara, il quale comincia a muoversi con una velocità $v_F =$ 0.50 m/s. Supponendo che Ferrara pesi $M = 150$ kg e che la Littizzetto pesi $m = 45$ kg:

a) quanto varrà, in modulo, la velocità di rinculo di quest'ultima dopo lo spintone?
b) quanto varrà la velocità di allontanamento (vel. relativa) tra i due personaggi?

Soluzione

a) La quantità di moto totale del sistema Ferrara+Littizzetto si conserva, dato che la forza esterna totale agente è nulla. La quantità di moto totale è zero prima dello spintone e quindi sarà zero sempre: dopo lo spintone entrambi i personaggi avranno quantità di moto esattamente opposte (dunque uguali in modulo)

$mv_L = Mv_F$ da cui $v_L = \frac{M}{m} v_F = \frac{150kg}{45kg} 0.50\,\text{m/s} \cong 1.7\text{ m/s}$

b) La velocità relativa è la differenza vettoriale tra le due velocità. Siccome queste sono opposte, il suo modulo sarà la somma dei moduli. I due personaggi si allontanano dunque a una velocità

$$v_R = |\vec{v}_R| = |\vec{v}_L - \vec{v}_F| = v_L + v_F = (0.50 + 1.7)\text{m/s} = 2.2\text{m/s}$$